

Générer des suites

Pour les exercices 25 à 27, calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n) .

25 Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = \frac{n-2}{n+1}$.

26 Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = \sqrt{2n+1}$.

27 Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = \frac{1}{3}n + \frac{1}{2}$.

30 **Algo** Voici une fonction U en langage Python.

```
1 def U(n):
2     u=4
3     for i in range(1,n+1):
4         u=u**2-2*u
5     return u
```

a) Définir par récurrence la suite (u_n) dont cette fonction permet de calculer les termes.

b) Calculer u_1, u_2, u_3 .

c) Saisir cette fonction et l'exécuter pour déterminer u_6 .

31 **Algo** (v_n) est la suite définie par $v_0 = 2$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $v_{n+1} = -\frac{1}{2}v_n + 1$.

a) Calculer v_1, v_2, v_3 .

b) Écrire un algorithme qui calcule et affiche les termes de cette suite.

c) Coder cet algorithme en langage Python.

Saisir ce programme et l'exécuter pour déterminer v_{10} . Arrondir au millième.

32 (k_n) est la suite définie par $k_0 = 2$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $k_{n+1} = \frac{1}{1+k_n}$. Calculer k_1, k_2, k_3 .

33 (u_n) est la suite définie par $u_2 = -4$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = -3u_n + 1$. Calculer u_3, u_1, u_0 .

101 (v_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$v_n = n^2 + 2n - 3$$

a) Déterminer une fonction f définie sur $[0; +\infty[$ telle que, pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $v_n = f(n)$.

b) Dans chaque cas, le point donné dans un repère appartient-il à la courbe représentative de f ? à la représentation graphique de (v_n) ?

A(2;5) B(5;32) C(51;270)

D(70;3 710) E(-10;77) F(4,6;27,36)

102 Par la suite, on suppose que l'euro a une valeur constante au cours des ans.

Le 1^{er} janvier 2000, Inès a ouvert un compte rémunéré au taux annuel de 1 % d'intérêts composés. Elle a déposé 1 200 €.

Depuis cette date elle verse 800 € sur son compte au 1^{er} janvier de chaque année.

a) Vérifier qu'il y avait 2 012 € sur le compte d'Inès au 2 janvier 2001.

b) Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, on note S_n le montant, en euro, sur le compte d'Inès au 2 janvier 2000 + n . Exprimer S_{n+1} en fonction de S_n .

c) Avec la calculatrice ou le tableur, déterminer le montant, en euro, sur le compte d'Inès au 2 janvier 2020. Arrondir à l'unité.

104 Dans chaque cas, on ne connaît que les cinq premiers termes de la suite (u_n) .

Proposer une relation de récurrence exprimant u_{n+1} en fonction de u_n compatible avec ces données.

a) $u_0 = 0, u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 7, u_4 = 15$

b) $u_0 = 2, u_1 = 3, u_2 = 8, u_3 = 63, u_4 = 3\,968$

105 Expliquer pourquoi les données de $u_0 = 0$ et, pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{1-u_n}$ ne définissent pas une suite.

Sens de variation

12 Dans chaque cas, (u_n) est une suite définie sur $\mathbb{N}$. Étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$ et conclure sur le sens de variation de la suite (u_n) .

a) $u_n = -3n + 1$

b) $u_n = \frac{n+2}{5}$

c) $u_n = n^2 - 3$

d) $u_n = -n^2 + 2n$

13 Dans chaque cas, (v_n) est une suite définie sur $\mathbb{N}$. Étudier le signe de $v_{n+1} - v_n$ et conclure sur le sens de variation de la suite (v_n) .

a) $v_0 = 5$ et $v_{n+1} = v_n + n + 4$;

b) $v_0 = -3$ et $v_{n+1} = v_n - 2n^2$.

14 (w_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n = \frac{1}{n+1}$.

a) Démontrer que pour tout nombre n de $\mathbb{N}$:

$$w_{n+1} - w_n = \frac{-1}{(n+1)(n+2)}$$

b) En déduire le sens de variation de la suite (w_n) .

26 a) Dresser le tableau de variations de la fonction inverse sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

b) En déduire le sens de variation de la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $v_n = \frac{1}{n}$.

27 (a_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $a_n = 2 - 3n$.

a) Préciser une fonction f telle que pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $a_n = f(n)$.

b) Quel est le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$? En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .

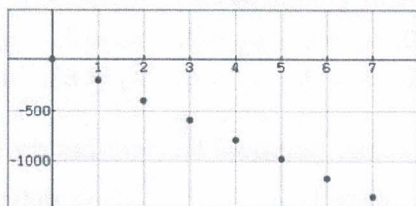
30 Dans chaque cas, (u_n) est une suite du type $u_n = f(n)$.

Préciser une telle fonction f , dresser son tableau de variations sur $[0; +\infty[$ et donner le sens de variation de la suite (u_n) .

a) Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = (n+1)^2$.

b) Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = 2 - \frac{10}{n+1}$.

31 Laura a affiché à l'écran de sa calculatrice les premiers points de la représentation graphique de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - 200n$.



Laura affirme : « La suite (u_n) est décroissante. »

Écrire u_n sous la forme $f(n)$ en précisant une telle fonction f , et prouver que Laura se trompe.

49 Algo L'algorithme ci-dessous affiche le terme u_n d'une suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$.

```

U ← 6
Pour k allant de 1 à n
  U ← U - 3 + k
Fin Pour

```

a) Donner u_0 . Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .

b) Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

c) Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ?

Notion de limite

57 Avec la calculatrice, conjecturer la limite de chacune des suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

a) $u_n = 2 - \frac{1}{n^2 + 1}$ **b)** $v_n = 5 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$ **c)** $w_n = 5 - \frac{3}{4^n}$

58 (v_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$v_n = 3 \times 0,4^n$$

a) Calculer les cinq premiers termes de cette suite.

b) Tabuler cette suite avec la calculatrice et déterminer les valeurs de n telles que :

• $0 < v_n < 10^{-3}$ • $0 < v_n < 10^{-6}$

c) Conjecturer la limite de la suite (v_n) .

59 (u_n) est la suite définie pour tout nombre

n de $\mathbb{N}$ avec $n \geq 1$, par $u_n = \frac{1}{n^2}$.

a) Calculer les cinq premiers termes de la suite.

b) Tabuler cette suite avec la calculatrice et déterminer les valeurs de n telles que :

• $0 < u_n < 10^{-2}$ • $0 < u_n < 10^{-4}$

c) Conjecturer la limite de la suite (u_n) .

65 Avec la calculatrice, conjecturer la limite de chacune des suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

a) $u_n = 3^n$ **b)** $v_n = 5 + \left(\frac{3}{2}\right)^n$ **c)** $w_n = -\left(\frac{5}{4}\right)^n$

66 (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = -n^2 + 2n + 3$$

a) Avec la calculatrice, afficher la représentation graphique de la suite (u_n) et tabuler cette suite.

b) Déterminer les valeurs de n telles que :

• $u_n < -100$ • $u_n < -1000$

c) Conjecturer la limite de la suite (u_n) .